INSTITUT DES HAUTES ÉTUDES

POUR LE DÉVELOPPEMENT DE LA CULTURE, DE LA SCIENCE ET DE LA TECHNOLOGIE EN BULGARIE

Corrigé du Sujet du Concours Général de Physique "Minko Balkanski" 1999

Problème I

1.a. Le champ électrique est homogène, donc $\overrightarrow{E} = -U/L\overrightarrow{u_x}$

1.b. L'électron subit une force de Coulomb $\overrightarrow{F} = -e.\overrightarrow{E} = eU/L\overrightarrow{u_x}$ Donc le mouvement est une accéleration uniforme, avec $a = \frac{eU}{mL}$ dirigé selon $\overrightarrow{u_x}$.

1.c. On a $L - x = \frac{at^2}{2}$,et $\nu = at$, d'où $t = \sqrt{2\frac{L-x}{a}}, \nu = \sqrt{2a(L-x)}$.

2.a. L'équation du gaz parfait donne $PV = \nu RT$, avec ν -nombre de mols du gaz. Par aillures $\nu = \frac{N}{N_a}$, et $n = \frac{N}{V}$ avec N-nombre de particules. Sachant que $k = \frac{R}{N_a}$ on obtient $P = nkT$,d'où $n = \frac{P}{kT}$.

2.b. $l^* = \frac{1}{n\sigma^*}$, et d'après 1.c $t^* = \sqrt{2\frac{l^*}{a}} = \sqrt{\frac{2kTmL}{eUP\sigma^*}}$,de même $\nu = \sqrt{2l^*a} = \sqrt{2\frac{eUkT}{PmL\sigma^*}}$

2.c. $\nu^* = \frac{l^*}{t^*} = \sqrt{\frac{eUkT}{2PmL\sigma^*}}$

2.d. Soit R la résistence du condensateur. On a $R = \frac{U}{I} = \frac{U}{jS} = \frac{U}{e\nu^*\eta S} = \sqrt{\frac{2PmUL\sigma^*}{e^3kT\eta^2S^2}}$.Il ne s'agit pas d'un conducteur ohmique car la résistence dépend de la tension appliqué. On remarque que plus la tension est grande, plus la résistence est grande.

2.e. En faisant un bilan de charge on a $-dq = idt$, d'où $C\frac{dU}{dt} = jS = e\nu^*\eta S = \eta S\sqrt{\frac{e^3UkT}{2PmL\sigma^*}}$, d'où en intégrant et sachant que $C = \frac{\epsilon_0 S}{L}$, on trouve $t = 2\frac{\epsilon_0}{L\eta}\sqrt{\frac{2PmUL\sigma^*}{e^3kT}}$.

3.a. Suffisamment élevé signifie que l'énenrgie cinétique finale $\frac{m\nu^2}{2} > \epsilon$.

3.b. Pour la différence de potentiel critique on a $\frac{m\nu^2}{2} = \epsilon$,d'où $\frac{eUkT}{PL\sigma^*} = \epsilon$, doù $U = \frac{\epsilon PL\sigma^*}{ekT}$.

3.c. Le nombre d'électrons récupéré à la cathode est $N = 2^Z$, avec Z-nombre de chocs. $Z = \frac{L}{l^*}$, d'où $N = 2^{\frac{PL\sigma^*}{kT}}$.

3.d. Comme à la cathode on récupère beaucoup d'électrons, cela va produire une variation de potentiels détectable. On pourra ainsi détecter la création d'un seul électron, par un rayonnement ionisant par exemple i.e. on a construit un détecteur de rayonnements ionisants.

Problème II

1.a. La période des petites oscillations est $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$. Elle ne dépend évidemment pas de la masse du pendule.

1.b. Soit V_n la vitesse du pendule juste après le n-ième choc. Alors, d'après la conservation de la quantité du mouvement on a :

-au rang un $mv = (m+M)V_1$;

-au rang deux $mv + (m+M)V_1 = (2m+M)V_2$ d'où $V_2 = \frac{2m}{2m+M}v$, par récurrence on obtient $V_n = \frac{nm}{M+nm}v$. Alors, comme après le choc le pendule oscille librement il y a conservation de l'énergie donc $(M+nm)gh_n = \frac{(M+nm)V_n^2}{2}$, d'où $h_n = \frac{(nmv)^2}{2g(M+nm)^2}$.

1.c. Pour que le pendule puisse faire le tour complet il faut qu'il existe un entier n tel que $h_n \geq 2L$, c'est à dire $\frac{(nmv)^2}{2g(M+nm)^2} = 2L$. On remarque que $V_n \longrightarrow v$ en croissant. Donc si $v < 2\sqrt{gL}$, le pendule ne ferra jamais le tour complet. En revanche si $v \geq 2\sqrt{gL}$ on trouve $n = E\left[\frac{2M\sqrt{gL}}{m(v-2\sqrt{gL})}\right] + 1$.

2.a. On applique la formule de Torricelli. On trouve $v = \sqrt{2gh}$.

2.b. On a que $F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{\Delta m}{\Delta t}v$. Pendant un intervale Δt il y a une quantité $\Delta m = sv\Delta t\rho$ qui sort. Donc $\overrightarrow{F} = sv^2\rho\overrightarrow{e}_x = 2s\rho gh\overrightarrow{e}_x$.

2.c. Les forces s'exerçant sur le récipient sont : le poids $\overrightarrow{P} = m\overrightarrow{g}$, la force de tension du fil $\overrightarrow{T}$ et l'opposé de la force calculé précédemment $\overrightarrow{F} = -sv^2\rho\overrightarrow{e}_x$. Comme le pendule est à l'équilibre on a $\overrightarrow{F} + \overrightarrow{T} + m\overrightarrow{g} = 0$. En projetant cette équation selon la direction orthogonale à $\overrightarrow{T}$ on trouve $mg\sin(\theta) = 2s\rho gh\cos(\theta)$, où θ est l'angle entre la verticale et le fil du pendule. Sachant que $\frac{\Delta x}{L} = \sin(\theta)$, on obtient $\Delta x = \frac{L}{\sqrt{1+\frac{m^2}{(2sh\rho)^2}}}$.

2.d. Quand h diminue Δx diminue aussi, comme on le voit sur la formule précédente.

2.e. On suppose que le niveau diminue lentement. Alors on a $-S\frac{dh}{dt} = sv = s\sqrt{2gh}$. D'où en intégrant $h = \left(\sqrt{h_0} - \frac{st}{2S}\sqrt{2g}\right)^2$. D'où $t = \frac{s}{S}\sqrt{\frac{h_0}{2g}}$. On a aussi :

$$\Delta x = \frac{L}{\sqrt{1 + \frac{m^2}{\left(2s\rho\left(\sqrt{h_0} - \frac{st}{2S}\sqrt{2g}\right)^2\right)^2}}}.$$